Zinseszinsrechnung für Anfänger

Inhalt

© 2011 - www.NachhilfeTV.org

1. Betrachtung der Zinseszinsformel

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

K_n = Endkapital

K_0 = Anfangskapital

p = (Perioden-) Zinssatz [%]

n = Laufzeit (i.d.R. Jahre)

© 2011 - www.NachhilfeTV.org

1. Betrachtung der Zinseszinsformel

$K_0 = 1000$

$p = 10$

$1 + \frac{10}{100} = 1{,}1$

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Jahr 0	Jahr 1	Jahr 2	Jahr 3
$\boxed{1000}$	$1000 \cdot 1{,}1^1 = \boxed{1100}$	$1000 \cdot 1{,}1^2 = \boxed{1210}$	$1000 \cdot 1{,}1^3 = \boxed{1331}$

$K_0 + 100$ Zinsen

$K_1 + 110$ Zinsen

$K_2 + 121$ Zinsen

© 2011 - www.NachhilfeTV.org

Zur Vereinfachung
$$q = 1 + \frac{p}{100}$$

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Jahr 0	Jahr 1	Jahr 2	Jahr 3	Jahr n
$\boxed{K_0}$	$K_0 \cdot q^1 = \boxed{K_1}$	$K_0 \cdot q^2 = \boxed{K_2}$	$K_0 \cdot q^3 = \boxed{K_3}$	$K_0 \cdot q^n = \boxed{K_n}$

© 2011 - www.NachhilfeTV.org

Aufgabenstellung

Sie legen 5.000 € zu 10% p.a. (lat. per annum = pro Jahr) an.
Wie groß ist Ihr Endkapital, wenn die jährlichen Guthabenzinsen angespart werden und nach drei Jahren das Anfangskapital zuzüglich der Zinsen ausgezahlt wird?

$$\boxed{K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n} \longrightarrow K_n = 5000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3 = 6655$$

Antwort

Das Endkapital beträgt nach drei Jahren 6655 €.

© 2011 - www.NachhilfeTV.org

Aufgabenstellung

Wie viel Geld muss ein Vater zum 10. Geburtstag seines Sohnes anlegen, wenn dieser an seinem 18. Geburtstag über 10.000 € verfügen soll?
Die Bank bietet dem Vater einen Zinssatz von 5% pro Jahr.

$$\boxed{K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n} \rightarrow \frac{K_n}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n} = K_0 \rightarrow \frac{10000}{\left(1 + \frac{5}{100}\right)^8} \approx 6768{,}39$$

Antwort

Der Vater muss am 10. Geburtstag seines Sohnes 6768,39 € anlegen.

© 2011 - www.NachhilfeTV.org

Aufgabenstellung

Bei welchem Zinssatz wird aus 20.000 € in vier Jahren 29.282 €?

$$\boxed{K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n} \longrightarrow \frac{K_n}{K_0} = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \longrightarrow \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} = 1 + \frac{p}{100}$$

$$p = \left(\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1\right) \cdot 100 \longrightarrow p = \left(\sqrt[4]{\frac{29282}{20000}} - 1\right) \cdot 100 = 10$$

Antwort

Bei einem Zinssatz von 10% wird aus 20.000€ in vier Jahren 29.282 €.

© 2011 - www.NachhilfeTV.org

Aufgabenstellung

Nach wie vielen Jahren führt eine Geldanlage von 50.000 € bei einem Zinssatz von 20% p.a. zu einem Endkapital in Höhe von 124.416 €?

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

© 2011 - www.NachhilfeTV.org

Herleitung der Formel für die Laufzeit n

$$K_n = K_0 \cdot \left(1+\frac{p}{100}\right)^n$$

$$\frac{K_n}{K_0} = \left(1+\frac{p}{100}\right)^n \longrightarrow \ln\frac{K_n}{K_0} = \ln\left(1+\frac{p}{100}\right)^n$$

$$\ln\frac{K_n}{K_0} = n\cdot\ln\left(1+\frac{p}{100}\right) \longrightarrow \frac{\ln\frac{K_n}{K_0}}{\ln\left(1+\frac{p}{100}\right)} = n$$

„Logarithmieren“

$$a^x \Leftrightarrow \ln a^x = x\cdot\ln a$$

© 2011 - www.NachhilfeTV.org

Aufgabenstellung

Nach wie vielen Jahren führt eine Geldanlage von 50.000 € bei einem Zinssatz von 20% p.a. zu einem Endkapital in Höhe von 124.416 €?

$$\boxed{K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n}$$

$$n = \frac{\ln \frac{K_n}{K_0}}{\ln\left(1 + \frac{p}{100}\right)} \longrightarrow \frac{\ln \frac{124416}{50000}}{\ln\left(1 + \frac{20}{100}\right)} = 5$$

Antwort

Nach 5 Jahren wird aus 50.000 € ein Betrag von 124.416 € bei einem Zinssatz von 20%.

© 2011 - www.NachhilfeTV.org

3. Zusammenfassung

Zinseszinsformel

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Endkapital gesucht

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Anfangskapital gesucht

$$K_0 = \frac{K_n}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n}$$

Zinssatz gesucht

$$p = \left(\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1\right) \cdot 100$$

Laufzeit gesucht

$$n = \frac{\ln \frac{K_n}{K_0}}{\ln\left(1 + \frac{p}{100}\right)}$$

© 2011 - www.NachhilfeTV.org