

## Inhalt

1. Ableitung der Wurzelfunktion  $\sqrt{x}$

2. Ableitung der n-ten Wurzel  $\rightarrow \sqrt[n]{x}$

3. Faktorregel  $\rightarrow n \cdot \sqrt{x}$

4. Kettenregel  $\rightarrow \sqrt{k(x)}$

# 1. Ableitung der Wurzelfunktion $\sqrt{x}$

Herleitung

$$f(x) = \sqrt{x} = \sqrt[2]{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = x^n$$

$$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

Regeln

1. Ableitung der Wurzelfunktion

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Hinweis

$$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

## 2. Ableitung der n-ten Wurzel

### 1. Beispiel

$$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3} \cdot x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f(x) = x^n$$

$$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

### Regeln

#### 1. Ableitung der Wurzelfunktion

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

### Hinweis

$$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

## 2. Ableitung der n-ten Wurzel

### 2. Beispiel

$$f(x) = \sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{5}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{5} \cdot x^{\frac{1}{5}-1} = \frac{1}{5} \cdot x^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}$$

$$f(x) = x^n$$

$$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

### Regeln

#### 1. Ableitung der Wurzelfunktion

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

### Hinweis

$$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

### 3. Faktorregel

#### Beispiele

$$\text{a) } f(x) = 2 \cdot \sqrt{x}$$

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\text{b) } f(x) = 3 \cdot \sqrt{x}$$

$$f'(x) = 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

$$\text{c) } f(x) = -5 \cdot \sqrt{x}$$

$$f'(x) = -5 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = -\frac{5}{2\sqrt{x}}$$

#### Regeln

1. Ableitung der Wurzelfunktion

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

2. Faktorregel

$$f(x) = a \cdot \sqrt{x}$$

$$f'(x) = a \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad a \in \mathbb{R}$$

## 4. Kettenregel

Laut Kettenregel:

$$g(x) = \sqrt{x} \quad h(x) = 5x$$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad h'(x) = 5$$

$$g'(h(x)) = \frac{1}{2\sqrt{5x}}$$

a)  $f(x) = \sqrt{5x}$

$$f(x) = g(h(x))$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{5x}} \cdot 5$$

$$f'(x) = g'(h(x)) \cdot h'(x)$$

### Regeln

1. Ableitung der Wurzelfunktion

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

2. Faktorregel

$$f(x) = a \cdot \sqrt{x}$$

$$f'(x) = a \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad a \in \mathbb{R}$$

3. Kettenregel

$$f(x) = g(h(x))$$

$$f'(x) = g'(h(x)) \cdot h'(x)$$

## 4. Kettenregel

Laut Kettenregel:

$$g(x) = \sqrt{x} \quad h(x) = x+1$$
$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad h'(x) = 1 \quad g'(h(x)) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

b)  $f(x) = 2 \cdot \sqrt{x+1}$

$$f(x) = a \cdot g(h(x))$$

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot 1 = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$f'(x) = a \cdot g'(h(x)) \cdot h'(x)$$

### Regeln

1. Ableitung der Wurzelfunktion

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

2. Faktorregel

$$f(x) = a \cdot \sqrt{x}$$

$$f'(x) = a \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad a \in \mathbb{R}$$

3. Kettenregel

$$f(x) = g(h(x))$$

$$f'(x) = g'(h(x)) \cdot h'(x)$$

## 4. Kettenregel - Allgemein

Laut Kettenregel:

$$g(x) = \sqrt{x} \quad h(x) = k(x) \quad g'(h(x)) = \frac{1}{2\sqrt{k(x)}}$$
$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad h'(x) = k'(x)$$

c)  $f(x) = \sqrt{k(x)}$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{k(x)}} \cdot k'(x)$$

### Regeln

1. Ableitung der Wurzelfunktion

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

2. Faktorregel

$$f(x) = a \cdot \sqrt{x}$$

$$f'(x) = a \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad a \in \mathbb{R}$$

3. Kettenregel

$$f(x) = g(h(x))$$

$$f'(x) = g'(h(x)) \cdot h'(x)$$