

Inhalt

1. Aufgabenstellung
2. Übertragung in Gauß-Schema
3. Was will man mit dem Gauß-Jordan-Algorithmus erreichen?
4. Was bringt diese Darstellung?
5. Wie bringt man das Gleichungssystem in diese Darstellung?
6. Berechnung eines Beispiels
7. Stimmt das Ergebnis?

1. Aufgabenstellung

$$-2x_1 - 4x_2 - 6x_3 = 4$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1$$

$$4x_1 + 3x_3 = 3$$

Berechnen Sie mit Hilfe des Gauß-Jordan-Algorithmuses die drei Unbekannten.

2. Übertragung in Gauß-Schema

$$-2x_1 - 4x_2 - 6x_3 = 4$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \quad \longrightarrow$$

$$4x_1 + 3x_3 = 3$$

x_1	x_2	x_3	<i>r. S.</i>
-2	-4	-6	4
3	-1	2	1
4	0	3	3

3. Was will man mit dem Gauß-Jordan-Algorithmus erreichen?

x_1	x_2	x_3	$r. S.$		x_1	x_2	x_3	$r. S.$
1	0	0	?		-2	-4	-6	4
0	1	0	?	←	3	-1	2	1
0	0	1	?		4	0	3	3

Ziel: „**1**“ auf der Hauptdiagonalen

→ oberhalb und unterhalb der Hauptdiagonalen „0“

4. Was bringt diese Darstellung?

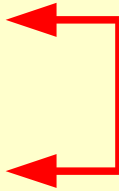
Beispiel

x_1	x_2	x_3	$r. S.$		
1	0	0	3	→	$x_1 = 3$
0	1	0	2		$x_2 = 2$
0	0	1	-3		$x_3 = -3$

Umwandlung des Gleichungssystems in die „normale“ Darstellung
→ die Lösung kann direkt abgelesen werden!

5. Wie bringt man das Gleichungssystem in diese Darstellung?

x_1	x_2	x_3	$r. S.$
-2	-4	-6	4
3	-1	2	1
4	0	3	3



Zeilen darf man...

...vertauschen

...mit einer Zahl multiplizieren

...durch eine Zahl dividieren

...miteinander addieren

...miteinander subtrahieren

6. Berechnung eines Beispiels

x_1	x_2	x_3	<i>r. S.</i>
-2	-4	-6	4
3	-1	2	1
4	0	3	3

Nächster Schritt:

1. Zeile :(-2)

Wir gehen spaltenweise vor. Betrachten wir zunächst nur die 1. Spalte. Zuerst berechnen wir die „1“, indem wir die 1. Zeile durch -2 teilen.

6. Berechnung eines Beispiels

x_1	x_2	x_3	<i>r. S.</i>
1	2	3	-2
3	-1	2	1
4	0	3	3

Nächster Schritt:

2. Zeile – 3x 1. Zeile

Wir gehen spaltenweise vor. Betrachten wir zunächst nur die 1. Spalte. Jetzt berechnen wir an der Stelle des blauen Rahmens eine „0“.

6. Berechnung eines Beispiels

x_1	x_2	x_3	<i>r. S.</i>
1	2	3	-2
0	-7	-7	7
4	0	3	3

Nächster Schritt:

3. Zeile – 4x 1. Zeile

Wir gehen spaltenweise vor. Betrachten wir zunächst nur die 1. Spalte. Dann berechnen wir an der Stelle des blauen Rahmens eine zweite „0“.

6. Berechnung eines Beispiels

x_1	x_2	x_3	<i>r. S.</i>
1	2	3	-2
0	-7	-7	7
0	-8	-9	11

Nächster Schritt:

2. Zeile :(-7)

Betrachten wir die 2. Spalte.

Zuerst berechnen wir in dieser Spalte wieder die „1“.

6. Berechnung eines Beispiels

x_1	x_2	x_3	<i>r. S.</i>
1	2	3	-2
0	1	1	-1
0	-8	-9	11

Nächster Schritt:

3. Zeile + 8x 2. Zeile

Betrachten wir die 2. Spalte.

Jetzt berechnen wir an der Stelle des blauen Rahmens eine „0“.

6. Berechnung eines Beispiels

x_1	x_2	x_3	<i>r. S.</i>
1	2	3	-2
0	1	1	-1
0	0	-1	3

Nächster Schritt:

3. Zeile $\times (-1)$

Betrachten wir die 3. Spalte.

Wir multiplizieren die 3. Zeile mit -1, um die gewünschte „1“ zu erhalten.

6. Berechnung eines Beispiels

x_1	x_2	x_3	<i>r. S.</i>
1	2	3	-2
0	1	1	-1
0	0	1	-3

Nächster Schritt:

2. Zeile – 3. Zeile

An dieser Stelle müssen wir noch drei Nullen erzeugen.
Wir bleiben in der dritten Spalte.

6. Berechnung eines Beispiels

x_1	x_2	x_3	<i>r. S.</i>
1	2	3	-2
0	1	0	2
0	0	1	-3

Nächster Schritt:

1. Zeile – 3x 3. Zeile

An dieser Stelle müssen wir noch zwei Nullen erzeugen.
Wir bleiben in der dritten Spalte.

6. Berechnung eines Beispiels

x_1	x_2	x_3	<i>r. S.</i>
1	2	0	7
0	1	0	2
0	0	1	-3

Nächster Schritt:

1. Zeile – 2x 2. Zeile

An dieser Stelle müssen wir noch eine „0“ in der 2. Spalte erzeugen.

6. Berechnung eines Beispiels

x_1	x_2	x_3	$r. S.$
1	0	0	3
0	1	0	2
0	0	1	-3

→

$$\begin{aligned} x_1 &= 3 \\ x_2 &= 2 \\ x_3 &= -3 \end{aligned}$$

→ die Lösung kann direkt abgelesen werden

7. Stimmt das Ergebnis?

$$\begin{array}{lcl} -2x_1 - 4x_2 - 6x_3 = 4 & & -2 \cdot 3 - 4 \cdot 2 - 6 \cdot (-3) = 4 \quad \checkmark \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 & \longrightarrow & 3 \cdot 3 - 2 + 2 \cdot (-3) = 1 \quad \checkmark \\ 4x_1 + 3x_3 = 3 & & 4 \cdot 3 + 3 \cdot (-3) = 3 \quad \checkmark \end{array}$$

Um das Ergebnis zu überprüfen, setzt man die berechneten x-Werte in das ursprüngliche Gleichungssystem ein. Stimmen die Gleichungen?

Ergebnisse: $x_1 = 3$ $x_2 = 2$ $x_3 = -3$