Inverse Matrix berechnen (nach Gauss-Jordan)

Inhalt

- 1. Was ist eine inverse Matrix?
- 2. Was ist das Ziel?
- 3. Berechnung eines Beispiels

1. Was ist eine inverse Matrix?

$$A \cdot A^{-1} = E$$

Eine beliebige nxn Matrix multipliziert mit ihrer Inversen ergibt die Einheitsmatrix.

1. Was ist eine inverse Matrix?

$$A \cdot A^{-1} = E$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Was ist das Ziel?

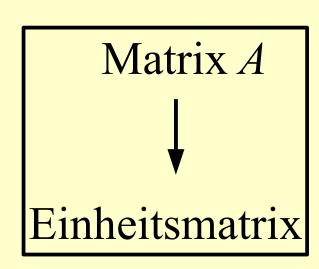
$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Zunächst schreibt man die Matrix A und die Einheitsmatrix in die sog. "Blockmatrix".

2. Was ist das Ziel?

An dieser Stelle ist es unsere primäre Aufgabe, die Matrix A mit Hilfe des Gauss-Jordan-Algorithmus in die Einheitsmatrix umzuwandeln. Die dabei notwendigen Schritte wenden wir gleichzeitig auf der rechten Seite der Blockmatrix an. Sobald die Matrix A zur Einheitsmatrix umgewandelt wurde, finden wir auf der rechten Seite der Blockmatrix die gesuchte Inverse der Matrix A. Um dieses Ziel zu erreichen, darf man...



	2 1)	-1	0		1	0	0
	1	2	$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$		0	1	0
)	- 1	1		0	0	1
`		Ţ				↓	
	1	0	0	0		2	1
	0	1	0	0 -1 -1		2	4
	0	0	1	_	1	2	5

.Zeilen..

...vertauschen
...mit einer Zahl multiplizieren
...durch eine Zahl dividieren
...miteinander addieren
...miteinander subtrahieren

2. Was ist das Ziel?

$$\begin{vmatrix}
2 & -1 & 0 \\
1 & 2 & -2 \\
0 & -1 & 1
\end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix}
x_{11} & x_{12} & x_{13} \\
x_{21} & x_{22} & x_{23} \\
x_{31} & x_{32} & x_{33}
\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}
1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}
2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\
0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}
2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 2 & -2 & 0 & 1 & 0 \\
0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{vmatrix}$$
Einheitsmatrix
$$\begin{vmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\
0 & 1 & 0 & -1 & 2 & 4 \\
0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 5
\end{vmatrix}$$
Matrix A^{-1}

